Маукеева А.А., Баймұханов Б.

Методика применения математической грамотности учащихся, формирование текстовых задач.

Резюме. В статье рассматривается методика использования текстовых задач для формирования математической грамотности учащихся в процессе обучения математике в общеобразовательных школах.

Ключевые слова: уроки математики, текстовые задачи, задачи, встречающиеся в повседневной жизни.

Maukeeva. A.A., Baimuhanov B.

Students methodology application of that to form literacy of mathematical will consider text for.

Summary. In motion mathematics teacher in schools, that general form in it the article, students methodology application of that to form literacy of mathematical will consider text for, came into question.

Key words: lessons in mathematics, text accounts, that meet in consider, daily life.

УДК 517.928.2

Д.Н. Нургабыл, М. Ш. Нурлыбаева
(Жетысуский государственный университет им. И. Жансугурова,
Талдыкорган, Республика Казахстан, kebek.kz@mail.ru)

АСИМПТОТИКА РЕШЕНИЯ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Аннотация. Исследовано асимптотическое поведение решения краевой задачи линейных систем дифференциальных уравнений с малым параметром при части производных. Построена асимптотика решения сингулярно возмущенной краевой задачи для линейной системы дифференциальных уравнений. Сформулирована вырожденная задача. Определены величины начальных скачков и рост производных по малому параметру.

Ключевые слова: возмущенная краевая задача, асимптотическое разложение, теорема о существовании и единственности решения, явления начального скачка, малый параметр.

1. Постановка задачи. В работе [1] исследовано асимптотическое поведение решения краевой задачи линейных систем дифференциальных уравнений с малым параметром при всех производных. Данная сатья посвящена вопросам построения асимптотики решения линейной системы дифференциальных уравнений с малым параметром при части производных. При этом добавленное в систему дополнительное уравнение, явно не содержащее малый параметр, приводит к качественному изменению асимптотического поведения решения краевой задачи.

Итак, рассмотрим краевую задачу

$$\begin{aligned}
&\varepsilon \frac{dz}{dt} = a_{11}\, z + a_{12}\, y + a_{13}\, x + F_1(t)\,,\\
&\varepsilon \frac{dy}{dt} = a_{21}\, z + a_{22}\, y + a_{23}\, x + F_2(t)\,,\\
&\frac{dx}{dt} = a_{31}\, z + a_{32}\, y + a_{33}\, x + F_3(t)
\end{aligned} \tag{1}$$

с краевыми условиями

$$\begin{aligned}
&H_1 z = \delta_{10}\cdot z(0,\varepsilon) + \delta_{11}\cdot z(1,\varepsilon) = b_1,\\
&H_2 y = \delta_{20}\cdot y(0,\varepsilon) + \delta_{21}\cdot y(1,\varepsilon) = b_2,\\
&H_3 x = \delta_{30}\cdot x(0,\varepsilon) + \delta_{31}\cdot x(1,\varepsilon) = b_3,
\end{aligned} \tag{2}$$

где ε - малый положительный параметр, $\delta_i, b_i -$const.

Наложим некоторые требования на коэффиценты уравнения (1) и на краевые условия (2):

1. $a_{ij}(t) \in C^{N+1}(I),\ F_i(t) \in C^1(I), i, j = 1,2,3, \quad I = [0,1]$.
2. $\Delta = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21} \neq 0.$ (3)
3. Уравнение

$$P_2(\overline{\mu}) = \overline{\mu}^2 - (a_{11} + a_{22}) \cdot \overline{\mu} - (a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}) = 0 \tag{4}$$

имеет различные отрицательные корни $\overline{\mu}_1$, $\overline{\mu}_2$, а уравнение

$$P_1(\overline{\mu}) = (a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21})\overline{\mu} + A = 0 \tag{5}$$

корень $\overline{\mu}_3 = A / \Delta$, где A - определитель матрицы $\|A\|$, составленный из коэффициентов a_{ij} системы (1).

4. $\delta_{10} \cdot \delta_{20} \cdot (\delta_{30} + \delta_{31} e^{\mu_3}) \neq 0.$

2. Построение асимптотического разложения решения краевой задачи

Асимптотическое разложение решения задачи (1), (2) ищем в виде сумм

$$z(t, \varepsilon) = \bar{z}(t) + u_\varepsilon(\tau), \quad y(t, \varepsilon) = \bar{y}(t) + v_\varepsilon(\tau), \quad x(t, \varepsilon) = \bar{x}(t) + \varepsilon p_\varepsilon(\tau), \tag{6}$$

где $\tau = \dfrac{t}{\varepsilon}$.

Подставляя (6) в (1) и приравнивая выражения, зависящие от переменных t и τ по отдельности, находим

$$\begin{aligned} \varepsilon \frac{d\bar{z}}{dt} &= a_{11}\bar{z} + a_{12}\bar{y} + a_{13}\bar{x} + F_1(t), \\ \varepsilon \frac{d\bar{y}}{dt} &= a_{21}\bar{z} + a_{22}\bar{y} + a_{23}\bar{x} + F_2(t), \\ \frac{d\bar{x}}{dt} &= a_{31}\bar{z} + a_{32}\bar{y} + a_{33}\bar{x} + F_3(t), \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned} \frac{du_\varepsilon}{d\tau} &= a_{11}u_\varepsilon(\tau) + a_{12}v_\varepsilon(\tau) + a_{13}\varepsilon p(\tau), \\ \frac{dv_\varepsilon}{d\tau} &= a_{21}v_\varepsilon(\tau) + a_{22}v_\varepsilon(\tau) + a_{23}\varepsilon p(\tau). \\ \frac{dp_\varepsilon}{d\tau} &= a_{31}v_\varepsilon(\tau) + a_{32}v_\varepsilon(\tau) + \varepsilon a_{33} p(\tau). \end{aligned} \tag{8}$$

Решение системы (7) будем искать в виде разложения

$$\bar{z}(t) = z_0 + \varepsilon z_1 + \ldots + \varepsilon^k z_k + \ldots, \quad \bar{y}(t) = y_0 + \varepsilon y_1 + \ldots + \varepsilon^k y_k + \ldots,$$

$$\bar{x}(t) = x_0 + \varepsilon x_1 + \ldots + \varepsilon^k x_k + \ldots (9)$$

Теперь, подставляя (9) в (7) и приравнивая коэффиценты при одинаковых степенях ε, получаем системы уравнений:

$$a_{11}(t) z_0 + a_{12}(t) y_0 + a_{13}(t) p_0 = -F_1(t), \tag{10}$$

$$a_{21}(t)z_0 + a_{22}(t)y_0 + a_{23}(t)p_0 = -F_2(t);$$

$$\frac{dx_0}{dt} = a_{31}(t)z_0 + a_{32}(t)y_0 + a_{33}(t)x_0 + F_3(t), \tag{11}$$

$$\begin{aligned} a_{11}(t)z_k + a_{12}(t)y_k + a_{13}(t)x_k &= -\frac{dz_{k-1}}{dt} \\ a_{21}(t)z_k + a_{22}(t)y_k + a_{23}(t)x_k &= -\frac{dy_{k-1}}{dt} \end{aligned} \tag{12}$$

$$\frac{dx_k}{dt} = a_{31}(t)z_k + a_{32}(t)y_k + a_{33}(t)x_k, \tag{13}$$

Решение системы (10) представимо в виде

$$\begin{aligned} z_0 &= \frac{a_{12}F_2(t) - a_{22}F_1(t)}{\Delta} + \frac{a_{12}a_{23} - a_{22}a_{13}}{\Delta}x_0, \\ y_0 &= \frac{a_{21}F_1(t) - a_{11}F_2(t)}{\Delta} + \frac{a_{13}a_{21} - a_{11}a_{23}}{\Delta}x_0. \end{aligned} \tag{14}$$

Подставляя (14) в (11), получим

$$\frac{dx_0}{dt} = \frac{A}{\Delta}x_0 + \frac{(a_{21}a_{32} - a_{31}a_{22})}{\Delta}F_1(t) + \frac{(a_{31}a_{12} - a_{32}a_{11})}{\Delta}F_2(t) + \frac{(a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12})}{\Delta}F_3(t). \tag{15}$$

Аналогично, система (12), (13) представима в виде

$$\begin{aligned} z_k &= \frac{a_{12}y'_{k-1}(t) - a_{22}z'_{k-1}(t)}{\Delta} + \frac{a_{12}a_{23} - a_{22}a_{13}}{\Delta}x_k, \\ y_k &= \frac{a_{21}z'_{k-1}(t) - a_{11}y'_{k-1}(t)}{\Delta} + \frac{a_{13}a_{21} - a_{11}a_{23}}{\Delta}x_k, \end{aligned} \tag{16}$$

$$\frac{dx_k}{dt} = \frac{A}{\Delta}x_k + \frac{(a_{21}a_{32} - a_{31}a_{22})}{\Delta}z_{k-1}(t) + \frac{(a_{31}a_{12} - a_{32}a_{11})}{\Delta}y_{k-1}(t). \tag{17}$$

Решение системы (8) ищем в виде ряда

$$\begin{aligned} u_\varepsilon &= u_0(\tau) + \varepsilon u_1(\tau) + \ldots + \varepsilon^k u_k(\tau) + \ldots, \\ v_\varepsilon &= v_0(\tau) + \varepsilon v_1(\tau) + \ldots + \varepsilon^k v_k(\tau) + \ldots \\ p_\varepsilon &= p_0(\tau) + \varepsilon p_1(\tau) + \ldots + \varepsilon^k p_k(\tau) + \ldots . \end{aligned} \tag{18}$$

Аналогично, подставим (18) в (8) и представим функции $a_{ij}(\varepsilon\tau)$ в виде ряда Тейлора в окрестности точки $\tau = 0$ и приравняем в (2.20) коэффиценты при одинаковых степенях ε, тогда имеем

$$\frac{du_0}{d\tau} = a_{11}(0)\cdot u_0 + a_{12}(0)\cdot v_0,$$

$$\frac{dv_0}{d\tau} = a_{21}(0)\cdot u_0 + a_{22}(0)\cdot v_0, \tag{19}$$

$$\frac{dp_0}{d\tau} = a_{31}(0)\cdot u_0 + a_{32}(0)\cdot v_0, \tag{20}$$

$$\frac{du_k}{d\tau} = a_{11}(0)\cdot u_k + a_{12}(0)\cdot v_k + m_{k-1}(\tau),$$

$$\frac{dv_k}{d\tau} = a_{21}(0)\cdot u_k + a_{22}(0)\cdot v_k + n_{k-1}(\tau), \tag{21}$$

$$\frac{dp_k}{d\tau} = a_{31}(0)\cdot u_k + a_{32}(0)\cdot v_k + r_{k-1}(\tau), \tag{22}$$

где $m_{k-1}(\tau),\ n_{k-1}(\tau),\ r_{k-1}(\tau)$ выражаются определенным образом через коэффициенты $u_j(\tau),\ v_j(\tau),\ p_j(\tau),\ (j = 0,...k-1)$.

Для однозначного определения коэффицентов $u_k(\tau),\ v_k(\tau),\ p_k(\tau)$ разложений (9), (18) требуются дополнительные условия. С этой целью подставим (6) с учетом (9), (18) в краевые условия (2) и приравняем коэффиценты при одинаковых степенях ε, тогда получаем:

$$H_1 z_0 \equiv \delta_{10} z_0(0) + \delta_{11} z_0(1) = b_1 - \delta_{10} u_0(0),\ H_2 y_0 \equiv \delta_{20} y_0(0) + \delta_{21} y_0(1) = b_2 - \delta_{20} v_0(0), \tag{23}$$

$$H_3 x_0 \equiv \delta_{30}\cdot x_0(0) + \delta_{31}\cdot x_0(1) = b_3, \tag{24}$$

$$H_1 z_1 + \delta_{10} u_1(0) = 0,\quad H_2 y_1 + \delta_{20} v_1(0) = 0,\quad H_3 x_1 + \delta_{30} p_0(0) = 0, \tag{25}$$

$$H_1 z_k + \delta_{10} u_k(0) = 0,\quad H_2 y_k + \delta_{20} v_k(0) = 0,\quad H_3 x_k + \delta_{30} p_{k-1}(0) = 0. \tag{26}$$

Из задачи (15), (24) однозначно определяется $x_0(t)$. Следовательно, однозначно определим и $z_0(t),\ \ y_0(t)$. Тогда из (23) находим начальные условия для $u_0(0),\ v_0(0)$:

$$u_0(0) = \frac{b_1 - H_1 z_0}{\delta_{10}},\ v_0(0) = \frac{b_2 - H_2 y_0}{\delta_{20}}. \tag{27}$$

Общее решение системы (19) можно записать в виде [1]:

$$u_0 = c_1\cdot\overline{\alpha}_1\cdot e^{\overline{\mu}_1\cdot\tau} + c_2\cdot\overline{\alpha}_2\cdot e^{\overline{\mu}_2\cdot\tau},\ \tau > 0,$$

$$v_0 = c_1\cdot\overline{\beta}_1\cdot e^{\overline{\mu}_1\cdot\tau} + c_2\cdot\overline{\beta}_2\cdot e^{\overline{\mu}_2\cdot\tau}, \tau > 0. \tag{28}$$

Подставляя (28) в начальные условия (27), получаем

$$c_1 = \overline{\beta}_2 \cdot \frac{b_1 - H_1 z_0}{\delta_{10} \cdot D_0} - \overline{\alpha}_2 \cdot \frac{b_2 - H_2 y_0}{\delta_{20} \cdot D_0}, \quad c_2 = \overline{\alpha}_1 \cdot \frac{b_2 - H_2 y_0}{\delta_{20} \cdot D_0} - \overline{\beta}_1 \cdot \frac{b_1 - H_1 z_0}{\delta_{10} \cdot D_0}. \tag{29}$$

где согласно выбору $D_0 = \overline{\alpha}_1 \cdot \overline{\beta}_2 - \overline{\alpha}_2 \cdot \overline{\beta}_1 \neq 0.$

Теперь подставляя (29) в (28), находим решение задачи (19), (27) в виде

$$u_0(\tau) = \overline{\alpha}_1 \left(\overline{\beta}_2 \frac{b_1 - H_1 z_0}{\delta_{10} \cdot D_0} - \overline{\alpha}_2 \frac{b_2 - H_2 y_0}{\delta_{20} \cdot D_0} \right) e^{\overline{\mu}_1 \cdot \tau} + \overline{\alpha}_2 \left(\overline{\alpha}_1 \frac{b_2 - H_2 y_0}{\delta_{20} \cdot D_0} - \overline{\beta}_1 \frac{b_1 - H_1 z_0}{\delta_{10} \cdot D_0} \right) e^{\overline{\mu}_2 \cdot \tau}, \tag{30}$$

$$v_0(\tau) = \overline{\beta}_1 \left(\overline{\beta}_2 \frac{b_1 - H_1 z_0}{\delta_{10} \cdot D_0} - \overline{\alpha}_2 \frac{b_2 - H_2 y_0}{\delta_{20} \cdot D_0} \right) e^{\overline{\mu}_1 \cdot \tau} + \overline{\beta}_2 \left(\overline{\alpha}_1 \frac{b_2 - H_2 y_0}{\delta_{20} \cdot D_0} - \overline{\beta}_1 \frac{b_1 - H_1 z_0}{\delta_{10} \cdot D_0} \right) e^{\overline{\mu}_2 \cdot \tau}, \tag{31}$$

Подставим (30), (31) в (20), тогда имеем

$$p_0(\tau) - p_0(0) = \int_0^\tau (a_{31}(0) u_0(s) + a_{32}(0) v_0(s)) ds, \tag{32}$$

Откуда в силу дополнительного условия

$$p_0(\tau) \to 0 \text{ при } \tau \to +\infty \tag{33}$$

следует

$$p_0(0) = -\int_0^\infty (a_{31}(0) u_0(s) + a_{32}(0) v_0(s)) ds. \tag{34}$$

Сходимость данного интеграла следует из оценок

$$|u_0(\tau)| \le c \cdot e^{-\nu \cdot \tau}, \qquad |v_0(\tau)| \le c \cdot e^{-\nu \cdot \tau}. \tag{35}$$

Тогда окончательно для $p_0(\tau)$ из (32) с учетом (34) получается выражение

$$p_0(\tau) = -\int_\tau^\infty (a_{31}(0) u_0(s) + a_{32}(0) v_0(s)) ds. \tag{36}$$

Для коэффицентов $z_0(t),\ y_0(t),\ x_0(t),\ u_0(\tau), v_0(\tau),\ p_0(\tau)$ разложений (6), (9) в силу условий 1) -4), справедливы оценки

$$|z_0(t)| \le C, \ \ |y_0(t)| \le C, \ \ |p_0(\tau)| \le C \cdot e^{-\nu \cdot \tau}, \ C - const. \tag{37}$$

Таким образом, определены все члены нулевого приближения разложений (9) и (18).

Совершенно аналогично определяются $z_k(t),\ y_k(t),\ x_k(t),\quad u_k(\tau), v_k(\tau),\ p_k(\tau)$ из систем (2.17), (2.18), (2.23), (2.24) с помощью дополнительных условий

$$u_k(0) = -\frac{H_1 z_k}{\delta_{10}},\ v_k(0) = -\frac{H_2 y_k}{\delta_{20}} \quad H_3 x_k = -\delta_{30} p_{k-1}(0),$$

$$p_k(0) = -\int_0^\infty (a_{31}(0)u_0(s) + a_{32}(0)v_0(s) + r_{k-1}(s))ds. \tag{38}$$

$$p_k(\tau) \to 0 \text{ при } \tau \to +\infty .$$

Очевидно, что для $z_k(t),\ y_k(t),\ x_k(t),\ u_k(\tau),\ v_k(\tau),\ p_k(\tau)$ справедливы оценки

$$\left|z_k(t)\right| \le C,\quad \left|y_k(t)\right| \le C,\ C - const.$$

$$\left|p_k(\tau)\right| \le C e^{-\nu\cdot\tau},\quad \left|u_k(\tau)\right| \le C e^{-\nu\cdot\tau},\quad \left|v_k(\tau)\right| \le C e^{-\nu\cdot\tau},\ C - const. \tag{39}$$

3 Доказательство справедливости асимптотического разложения решения сингулярно возмущенной краевой задачи. Используя разложения (9), (18) для (6), образуем частичные суммы

$$Z_N = \sum_{k=0}^{N} \varepsilon^k \left(z_k(t) + u_k\left(\frac{t}{\varepsilon}\right)\right),\quad Y_N = \sum_{k=0}^{N} \varepsilon^k \left(y_k(t) + v_k\left(\frac{t}{\varepsilon}\right)\right),$$

$$X_N = \sum_{k=0}^{N} \varepsilon^k \left(x_k(t) + \varepsilon p_k\left(\frac{t}{\varepsilon}\right)\right). \tag{40}$$

Коэффиценты частичных сумм определяются однозначно из задач (14), (15), (24); (16), (17), (26); (19), (27); (20), (34); (21), (22), (34).

Лемма. Пусть выполняются условия 1)-4). Тогда функции выражаемые формулой (40), являются приближенным решением сингулярно возмущенной краевой задачи (1), (2) с точностью порядка $O\left(\varepsilon^{N+1}\right)$:

$$\varepsilon\frac{dZ_N}{dt} - a_{11}(t)\cdot Z_N - a_{12}(t)\cdot Y_N - a_{13}(t)\cdot X_N - F_1(t) = O\left(\varepsilon^{N+1}\right),$$

$$\varepsilon\frac{dY_N}{dt} - a_{21}(t)\cdot Z_N - a_{22}(t)\cdot Y_N - a_{23}(t)\cdot X_N - F_2(t) = O\left(\varepsilon^{N+1}\right), \tag{41}$$

$$\frac{dX_N}{dt} - a_{31}(t)\cdot Z_N - a_{32}(t)\cdot Y_N - a_{33}(t)\cdot X_N - F_3(t) = O\left(\varepsilon^{N+1}\right),$$

$$H_1 Z_N - b_1 = O\left(e^{-\frac{\nu}{\varepsilon}}\right),\ H_2 Y_N - b_2 = O\left(e^{-\frac{\nu}{\varepsilon}}\right),\ H_3 X_N - b_3 = O\left(\varepsilon^{N+1}\right). \tag{42}$$

Доказательство леммы непосредственно следует из самого построения функций $z_k(t)$, $y_k(t)$, $x_k(t)$ $u_k(\tau)$, $v_k(\tau)$, $p_k(\tau)$.

Пусть $R_1 = z - Z_N(t,\varepsilon)$, $R_2 = y - Y_N(t,\varepsilon)$, $R_3 = x - X_N(t,\varepsilon)$ где $z(t,\varepsilon)$, $y(t,\varepsilon)$, $x(t,\varepsilon)$ искомое решение задачи (1), (2). Подставляя

$$z = R_1(t,\varepsilon) + Z_N(t,\varepsilon),\ y = R_2(t,\varepsilon) + Y_N(t,\varepsilon),\ x = R_3(t,\varepsilon) + X_N(t,\varepsilon) \tag{43}$$

в (1), (2), получим для $R_1(t,\varepsilon)$, $R_2(t,\varepsilon)$, $R_3(t,\varepsilon)$ задачу:

$$\begin{aligned}
&\varepsilon \cdot \frac{dR_1}{dt} = a_{11}(t)\cdot R_1 + a_{12}(t)\cdot R_2 + a_{13}(t)\cdot R_3 + D_1(t,\varepsilon),\\
&\varepsilon \cdot \frac{dR_2}{dt} = a_{21}(t)\cdot R_1 + a_{22}(t)\cdot R_2 + a_{23}(t)\cdot R_3 + D_2(t,\varepsilon),\\
&\frac{dR_3}{dt} = a_{31}(t)\cdot R_1 + a_{32}(t)\cdot R_2 + a_{33}(t)\cdot R_3 + D_3(t,\varepsilon),
\end{aligned} \tag{44}$$

$$H_1R_1 = O\left(e^{-\frac{v}{\varepsilon}}\right),\quad H_2R_2 = O\left(e^{-\frac{v}{\varepsilon}}\right),\quad H_3R_3 = O\left(\varepsilon^{N+1}\right), \tag{45}$$

где

$$\begin{aligned}
D_1(t,\varepsilon) &= F_1 + a_{11}\cdot Z_N + a_{12}\cdot Y_N + a_{13}\cdot X_N - \varepsilon\cdot\frac{dZ_N}{dt},\\
D_2(t,\varepsilon) &= F_2 + a_{21}\cdot Z_N + a_{22}\cdot Y_N + a_{23}\cdot X_N - \varepsilon\cdot\frac{dY_N}{dt},\\
D_3(t,\varepsilon) &= F_3 + a_{31}\cdot Z_N + a_{32}\cdot Y_N + a_{33}\cdot X_N - \frac{dX_N}{dt}.
\end{aligned}$$

Применяя к задаче (44), (45) теорему 1, заключаем, что при достаточна малых $\varepsilon > 0$ на отрезке $[0,1]$ решение задачи (44), (45) существует, единственно и имеет оценку

$$|R_1(t,\varepsilon)| \le c\cdot\varepsilon^{N+1},\ |R_2(t,\varepsilon)| \le c\cdot\varepsilon^{N+1},\ |R_3(t,\varepsilon)| \le c\cdot\varepsilon^{N+1}.$$

Тем самым доказана следущая теорема.

Теорема 1. Пусть выполнены условия 1)-4). Тогда при достаточно малых $\varepsilon\rangle 0$ *на сегменте* $0 \le t \le 1$ *решение* $z(t,\varepsilon)$, $y(t,\varepsilon)$ *задачи (1), (2) существует, единственно и имеет оценку*

$$z(t,\varepsilon) = Z_N(t,\varepsilon) + O\left(\varepsilon^{N+1}\right), \qquad 0 \le t \le 1,$$

$$y(t,\varepsilon) = Y_N(t,\varepsilon) + O\left(\varepsilon^{N+1}\right), \qquad 0 \le t \le 1,$$

$$x(t,\varepsilon) = X_N(t,\varepsilon) + O\left(\varepsilon^{N+1}\right), \qquad 0 \le t \le 1.$$

Теперь определим величину начального скачка. Из теоремы 1 следует, что решение $z(t,\varepsilon)$, $y(t,\varepsilon)$, $x(t,\varepsilon)$ задачи (1), (2) стремиться к решению $z_0(t)$, $y_0(t)$, $x_0(t)$ выроженной системы (14), (15) при стремлении малого параметра к нулю:

$$\lim_{\varepsilon\to 0} z(t,\varepsilon) = z_0(t),\ 0 < t \le 1; \quad \lim_{\varepsilon\to 0} y(t,\varepsilon) = y_0(t),\ 0 < t \le 1; \quad \lim_{\varepsilon\to 0} x(t,\varepsilon) = x_0(t),\ 0 \le t \le 1,$$

причем

$$\Delta_z = z(0,\varepsilon) - z_0(0) = \frac{b_1 - H_1 z_0}{\delta_{10}}, \qquad \Delta_y = y(0,\varepsilon) - y_0(0) = \frac{b_2 - H_2 y_0}{\delta_{20}}, \tag{46}$$

$$z'(0,\varepsilon) = O\left(\frac{1}{\varepsilon}\right), \qquad y'(0,\varepsilon) = O\left(\frac{1}{\varepsilon}\right).$$

Таким образом, компоненты $z(t,\varepsilon)$, $y(t,\varepsilon)$ решения задачи (1), (2) обладают явлениями скачка нулевого порядка, причем величины скачков определяются формулами из (46).

ЛИТЕРАТУРА

1. Нургабыл Д.Н., Молдакулова Г.Б. Краевая задача для линейной неоднородной системы с малым параметром при производных // Вестник Жетысуского государственного университета им. Жансугурова. – 2011. - №4. – С. 9-17.
2. Касымов К.А., Нургабыл Д.Н. Асимптотическое поведение решений линейных сингулярно возмущенных общих неразделенных краевых задач, имеющих начальный скачок// Украинский. матем. журнал. – 2003. – Т. 55. – №11. – С. 1496-1508
3. Касымов К.А., Нургабыл Д.Н. Асимптотические оценки решения сингулярно возмущенной краевой задачи с начальным скачком для линейных дифференциальных уравнений // Дифференциальные уравнения. – 2004. – Т.40. – № 4 – С. 597-607
4. Касымов К.А., Нургабыл Д.Н., Уаисов А.Б. Асимптотические оценки решения краевой задачи с начальным скачком для линейных дифференциальных уравнений с малым параметром при производных // Украинский математический журнал. – 2013. – №5, - С.629-641.
5. *Nurgabul D. Asymptotic estimates for the Solution of a Restoration Problem with Initial Jump// Journal of Applied Mathematics. USA. Vol. – 2014 (2014), Article ID 956402*

Нұрғабыл Д.Н., Нұрлыбаева М.Ш.

Сызықты дифференциалдық теңдеулер үшін ерекше ауытқыған шекаралық есеп шешімінің асимптотикасы

Түйіндеме. Бұл жұмыста ерекше ауытқыған шекаралық есеп шешімінің асимптотикалық берілімін құрудың алгоритмі ұсынылған. Шекаралық есеп шешімінің барлығы және жалғыздығы туралы теорема дәлелденген. Шекаралық есеп шешімінің асимптотикалық кескіндемесі табылған. Ауытқымаған теңдеулер шарттарын таңдаудың ережесі тұжырымдалған. Бастапқы секіріс шамасы және шешім туындысының кішкене параметрі бойынша өсуі анықталған.

Негізгі сөздер: ауытқыған шекаралық есеп, асимптотикалық кескіндеме, шешімінің барлығы және жалғыздығы туралы теорема, бастапқы секіріс құбылысы, кішкене параметр.

Duisebek Nurgabyl, Meruert Nurlybaeva

The asymptotic solution of a singularly perturbed boundary value problem for systems of linear differential equations

Summary. In work the algorithm of creation of asymptotical submission of the decision is offered a Singularly Perturbed Boundary Value Problem. The theorem of existence and uniqueness of the solution of a Boundary Value Problem. Asymptotic submission of the solution of a Boundary Value Problem is found. It is formulated rules of a choice of conditions for the degenerate equations. Sizes of boundary jumps and growth of derivatives are determined by small parameter.

Key words: Perturbed Boundary Value Problem, asymptotic representation, theorem of existence and uniqueness of the decision, phenomenon of initial jump, small parameter.